

例题

Physics Cup 2020 Problem 2

供题人 Lev Melnikovsky (Kapitza Institute for Physical Problems)

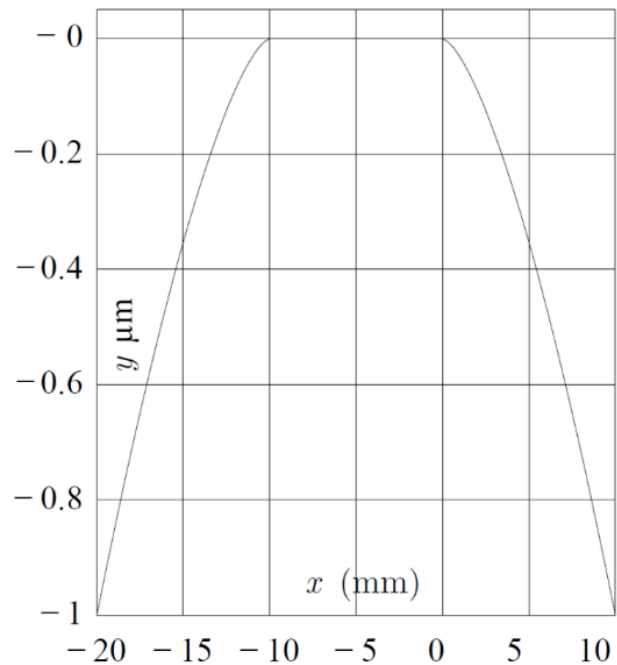
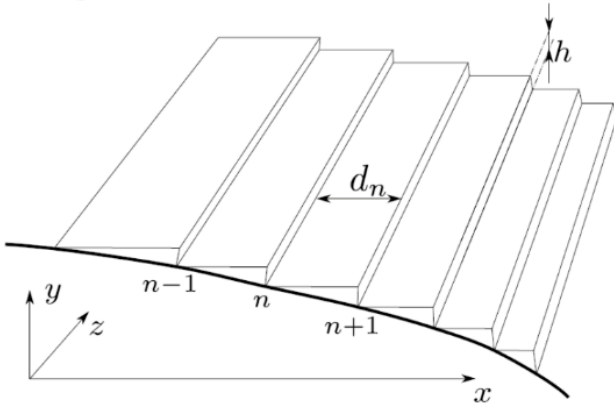
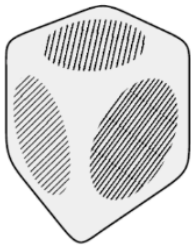
中文翻译孙鹏 sunpeng@eduzhixin.com 质心教育科技 Center of Mass Educational Tech. Co. Ltd.

零重力环境下物体平衡态的形状，对应物体的表面能最小值。低温情况下，晶体的平衡态的形状会有“平面”组成，如左上图。这些“平面”和晶面之间有小夹角 ϕ ，实际上是由一系列“台阶”形成的结构，如左下图所示。其中每个相邻“台阶”的高度差就是晶格常数 h 。但是相邻两个“台阶”之间的宽度用 d_n 表示。

在侧视图中，这个平衡表面形成的边界形状，可以用函数 $y(x)$ 表示。其中 n 表示的台阶的序数，记 $x = 0$ 时候是第一个台阶。形状的函数 $y(x)$ 满足的关系如右图所示，其中 $x > 0$ 的部分可以近似表示成

$$y(x) = -\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot h$$

常数 $\lambda = 45\mu\text{m}$ ， $h = 0.3\text{nm}$ 。



这个晶体结构在第二届欧洲物理奥赛 (EuPhO) <http://eupho2018.mipt.ru/pdf/eupho18-theory.pdf> 中研究过。

当 $n \gg 1$ 的时候，有台阶宽度 d_n 和台阶序数 n 之间的关系 $d_n = 30\mu\text{m} \cdot n^{-\frac{1}{3}}$ 。而且相邻两个台阶之间的相互作用能 E 和台阶宽度 d 有关， $E(d) = \mu \cdot d^{-2}$ 。注意，我们假设序数相邻的才有相互作用能，而且我们这里的 E 表示的是图中 z 方向单位长度的相互作用能。

除了相互作用能之外，我们再考虑一个台阶长度本身的能量，单位长度的台阶能量 $\beta = 4 \times 10^{-15} \frac{\text{J}}{\text{m}}$ 。请根据题目提供的数据和图像，求出这里的常数 μ 。

请将答案提交到邮箱 physcs.cup@gmail.com。第一波的提示会在 2019 年 12 月 22 日公示，第一波的提示公示之后，提交答案会被相应扣分 0.9 分。具体的详细比赛规则，请见 <https://physicscup.ee/participate/>