

☞ 例题 Physics Cup 2021 Problem 1

命题人 Jaan Kalda (TalTech)

翻译 质心教育科技 孙鹏

两个半径为 $R = 10\text{cm}$ 的空心铜球壳，被一个长 $L = 1\text{m}$ 半径 $r = 1\text{mm}$ 的铜细圆柱连接，形成一个“哑铃”的形状。总质量 $m = 150\text{g}$ 。

整个装置被放在一个磁感应强度很大，为 $B = 2\text{MT}$ ，方向垂直于铜细圆柱轴线的磁场中。初始给“哑铃”沿着铜细圆柱方向的一个初速度 $v = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 。但是这样的哑铃的方位是不持续的，它会发生振动，最终振动会减弱，“哑铃”会获得一个稳定的最终朝向，以及一个稳定的最终速度。请求出最终速度 u 的数值解。“哑铃”在真空中运动，不计重力。

请通过英文邮件提交答案到 physcs.cup@gmail.com

详细的比赛规则，请见 <https://physicscup.ee/participate/>

☞ 提示

1. 电磁能量和动能放在一起并不守恒。因为一部分能量因为电流流动而转化成热能。请考虑新的守恒。此外，除了这个提示之外，还需要提醒，“哑铃”的极化会比球形大很多，不考虑这个会很容易出错。
2. 虽然电磁的能量和动能一起不守恒，因为欧姆耗散，但是因为诺特定理，对称性意味着对应的守恒定律，我们这个问题又有很多很好的对称性，所以可以找到新的守恒。磁场中运动的粒子动量不守恒，因为受到洛伦兹力， $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ 。但是考虑牛顿第三定律，我们可以得到 $\vec{P}_f = \frac{1}{c\mu_0} \int \vec{E} \times \vec{B} d^3\vec{r}$ 。同学们可以自己得到正则动量守恒：粒子动量再加上一项磁感应强度有关项，守恒。当然也可以用磁矢势去求守恒，但是其实没有必要，用牛顿定律就可以得到。除了找到新守恒之外，还要求解一下极化有关的量。也就是求解一个和“哑铃”轴线有一定偏角的外场 \vec{E} 能产生的全部偶极。